

1. Чтобы сохранить продукты питания на долгое время, люди замораживали, сушили или вялили их. Технологию консервирования предложил француз Николя Аппер. В каком году это произошло, если известно следующее: 1) число это четырехзначное, кратное 10; 2) первая и третья цифры его не являются ни простыми, ни составными числами; 3) вторая и третья цифры образуют число, кратное 9.

Ответ: 1810

2. Мать принесла домой сливы. Сереже она дала третью часть всех слив и еще 3 сливы, Люде – третью часть оставшихся и ещё 2 сливы. Половину оставшихся после этого слив она отдала отцу, а последние 6 слив взяла себе. Сколько слив принесла мать? Сколько слив получил каждый?

Решение. Пусть деление слив происходило в три этапа:

1 этап: Сережа получил треть всех слив и еще три сливы;

2 этап: Люда получила треть оставшихся слив и еще 2 сливы;

3 этап: отец получил половину оставшихся слив, а матери достаются 6 слив.

Так как отец получил половину оставшихся слив, то ему и матери досталось поровну, то есть по 6 слив. Значит, перед третьим этапом у матери было  $6+6=12$  слив. После того, как Люда получила треть оставшихся слив, у матери осталось  $12+2=14$  слив, которые составляют  $\frac{2}{3}$  от количества слив, имеющихся у матери перед вторым этапом.

Значит, перед вторым этапом у матери было  $14:2\cdot3=21$  слива, и Люда получила  $21 - 12 = 9$  слив. Так как Сережа получил треть слив и еще 3 сливы, то после того, как мать отдала ему эту треть, у неё осталось  $21 + 3 = 24$  сливы, что составляет  $\frac{2}{3}$  от общего количества слив. Значит, у матери было  $24:2\cdot3=36$  слив, и Сережа получил  $36 - 21 = 15$  слив. Итак, мать принесла 36 слив, Сережа получил 15 слив, Люда – 9 слив, отец и мать по 6 слив.

3. Трехзначное число оканчивается цифрой 2, если ее перенести в начало записи числа, то полученное число будет на 18 больше первоначального. Найдите исходное число.

Решение. Пусть в исходном трехзначном числе  $a$  сотен  $b$  десятков:

$100a+10b+2$ . Перемещением цифры 2 получаем число  $200+10a+b$ , больше исходного на 18:  $(100a+10b+2)+18=200+10a+b$ , откуда  $10a+b=20$ . Так как  $a$  и  $b$  однозначные числа, то  $a=2, b=0$ . Исходное число 202.

4. Определите числовые значения букв в примере:  $\begin{array}{r} + \text{РЛОРЕ} \\ \text{РККРК} \\ \hline \text{ЛКЕККЕ} \end{array}$

Решение. В разряде единиц  $E+K=E$ , значит  $K=0$ . В разряде десятков сумма  $P$  и  $P$  дает 0 и, значит, в следующий разряд переходит 1, а  $P=5$ . Так как сумма в разряде сотен  $0+1+K$  оканчивается  $K=0$ , то  $O=9$ , а в следующий разряд вновь переходит 1. В разряде тысяч  $P+P=5+5=10$ . Так как  $K=0$ , то из предыдущего разряда не переходила разрядная единица,  $E$  больше  $L$  на 1,  $L=1$ , и, значит  $E=2$ . Получили  $\begin{array}{r} + 51952 \\ \text{РККРК} \\ \hline \text{ЛКЕККЕ} \end{array}$

$\begin{array}{r} \text{РККРК} \\ \hline \text{ЛКЕККЕ} \end{array}$

5. Если человек идет на работу пешком, а обратно едет на транспорте, то всего на дорогу затрачивает полтора часа. Если же в оба конца он едет на транспорте, то весь путь занимает у него 30 минут. Сколько времени затратит человек на дорогу, если на работу и обратно он пойдет пешком?

Решение: Если человек дважды проделает путь на работу и обратно, то затратит 3 часа. Пользуясь транспортом, он тратит на это 30 минут. Поэтому пешком он может добраться до работы и вернуться назад за  $3 \text{ ч} - 30 \text{ минут} = 2 \text{ ч } 30 \text{ минут}$ .

6. Однажды Алиса повстречала Льва. Лев лгал по понедельникам, вторникам и средам и говорил правду во все остальные дни недели.

Он высказал два утверждения:

1) Я лгал вчера.

2) После завтрашнего дня я буду лгать два дня подряд.

В какой день недели Алиса встретила Льва?

Решение.

Из первого высказывания Льва следует, что Алиса встретила его в понедельник или в четверг. Из второго высказывания следует, что день встречи не четверг. Следовательно, встреча произошла в понедельник.

## 6 класс

1. Это год рождения фотографии. Правда, на первом снимке мало что можно было разглядеть, кроме размытых силуэтов, но это не смутило французского изобретателя Ж.Н.Ньепса. Назовите этот год, если известно следующее: 1) это четное четырехзначное число – произведение трех простых чисел, причем один из множителей – наименьшее двузначное простое число; 2) сумма же этих множителей – наименьшее общее кратное чисел 48 и 32.

Решение: из первого условия узнаем два простых множителя – 2 и 11. Сумма трех множителей равна 96, то есть третий множитель – 83. Искомое число –  $2 \cdot 11 \cdot 83$ .

Ответ: 1826.

2. Грузовик едет со скоростью 65 км/ч, а за ним легковой автомобиль – со скоростью 80 км/ч. На каком расстоянии друг от друга эти автомобили будут через две минуты после того, как легковой автомобиль догонит грузовой?

Решение: скорость сближения равна 15 км/ч, или 250 м/мин. Через две минуты расстояние 500м. ответ:500м.

3. Семье белочек на зиму требуется 350 г сухих грибов. Известно, что в сырых грибах 85% воды, в сухих грибах 67% воды. Сколько граммов сырых грибов нужно собрать белочкам?

Решение.

1)  $100 - 67 = 33$  (%) сухое вещество в сухих грибах.

2)  $350 \cdot 33 : 100 = 115,5$  (г) масса сухого вещества в сухих грибах

3)  $100 - 85 = 15$  (%) – сухое вещество в свежих грибах

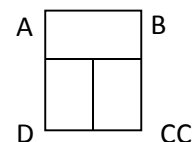
4)  $115,5 \cdot 100 : 15 = 770$  (г) – масса свежих грибов.

Ответ: 770 г.

4. В одной куче 18 конфет, в другой 23. Двое по очереди съедают одну из куч, а другую делят ещё на две кучи. Проигрывает тот, кто не сможет поделить кучу. Кто выигрывает при правильной игре?

. **Решение:** Выигрывает первый игрок. Он съедает кучу с нечётным числом конфет, а кучу с чётным числом конфет делит на два нечета. Тогда второй игрок оказывается вынужденным съесть одну из этих кучек (всё равно какую), а вторую поделить на две кучи с нечётным и чётным числом конфет. Поэтому первый игрок всегда сможет воспроизвести свой начальный ход. А второй когда-нибудь не сможет сделать ход, поскольку число ходов конечно.

5. Рамка окна – прямоугольник ABCD, разбитый на три меньших равных между собой прямоугольника. Известно, что периметр прямоугольника ABCD равен 700 см. Найти длину внутренней Т-образной части рамы.



Решение: Так как прямоугольник разбит на три меньших одинаковых прямоугольника, то обе «перекладины» Т-образной части равны и верхняя «перекладина» разбивается вертикальной на две одинаковые части (ч). Обозначим ее длину через 2 ч. тогда периметр всего прямоугольника равен  $(2 \text{ ч.} + 3 \text{ ч.}) \cdot 2 = 10 \text{ ч.}$  С другой стороны он равен 700 см. Значит,  $1 \text{ ч.} = 70 \text{ см.}$  Длина Т-образной части равна 4 ч., т. е. 280 см. Ответ: 280 см.

6. В турнире по ручному мячу участвовали команды А, В, С, Д и Е. Каждая команда сыграла с каждой ровно один раз. За победу в игре дается 2 очка, за ничью 1, за поражение 0. При этом команда В, занявшая второе место, набрала больше очков, чем С, Д, и Е вместе. Возможен ли такой результат? Ответ объясните.

Решение: Из того факта, что команда В набрала больше очков, чем С, Д, и Е, следует, что все три команды – ниже в турнирной таблице. Следовательно, первое место может быть только у команды А.

Оценим очки каждой команды. Сумма очков, полученных в игре между собой двух претендентов равна 2. Так как каждая команда играла с каждой, то общее количество игр равно:  $4+3+2+1=10$  игр. Общая сумма всех очков  $2 \cdot 10=20$ . Три команды: С, Д и Е сыграли между собой  $2+1=3$  игры и «заработали» 6 очков. Следовательно, у команды В – как минимум 7 очков. Тогда на долю команды А остается  $20-7-6=7$  очков. А это невозможно, так как она должна быть на первом месте. Значит, такой результат невозможен.

## 7 класс

1. Что больше  $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}$  или  $\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$  ?

Решение.  $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1} - \frac{1}{10} = \frac{10^{11}+10-10^{11}-1}{10^{12}+10} = \frac{9}{10^{12}+10}$ ;  $\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1} - \frac{1}{10} = \frac{10^{12}+10-10^{12}-1}{10^{13}+10} = \frac{9}{10^{13}+10}$

Так как  $\frac{9}{10^{12}+10} > \frac{9}{10^{13}+10}$ , то  $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1} > \frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$ .

2. Наземные черепахи живут очень долго –  $x$  лет. Найдите  $x$ , если известно, что: сумма цифр этого трехзначного числа – простое число; наибольший делитель, отличный от самого числа, - наименьшее трехзначное число; число кратно 8.

Решение: Число кратно 100 и 8, то есть 200. Сумма цифр числа 200 – простое число. Числа вида 200 $y$  ( $y > 1$ ) имеют делитель больший 100., что противоречит условию.

Ответ: 200.

3. На лугу растет трава. Пустили на луг 9 коров они съели всю траву на нем за 4 дня. Если бы пустили 8 коров, то они бы съели всю траву за 6 дней. Сколько коров могут кормиться на лугу все время, пока растет трава?

Решение. Пусть каждая корова съедает  $x$  кг травы в день, а трава растет со скоростью  $y$  кг/день. Ну и  $z$  кг травы изначально было на лугу. Получается, что за 4 дня 9 коров съели все  $z$  кг плюс то, что выросло за 4 дня. т. е.  $9 \cdot 4 \cdot x = z + 4 \cdot y$ . Аналогично за 6 дней 8 коров съели целый луг  $z$  плюс то, что выросло на лугу за 6 дней, т. е.  $6 \cdot 8 \cdot x = z + 6 \cdot y$ .

Вычтем из второго уравнения первое, получим:

$$48x - 36x = 6y - 4y$$

$$12x = 2y$$

$$y = 6x$$

Т. е на лугу каждый день вырастает в 6 раз больше травы, чем может съесть одна корова за день. Т. е. 6 коров без проблем смогут пастись на лугу, не опустошая его.

Ответ. 7 коров

4. Докажите, что значение выражения  $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ , при любом натуральном значении  $n$  кратно 10.

Решение:  $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n = (3^{n+2} + 3^n) - (2^{n+2} + 2^n) = 3^n(3^2 + 1) - 2^n(2^2 + 1) = 3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 = 3^n \cdot 10 - 2^{n-1} \cdot 2 \cdot 5 = 3^n \cdot 10 - 2^{n-1} \cdot 10 = 10(3^n - 2^{n-1})$

Последнее произведение делится на 10, так как один из множителей делится на 10, а второй является целым числом. Значит, значение выражения

$$3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n \text{ делится на } 10.$$

5. Найдите все корни уравнения  $|x - 2008| = 2009$ .

Ответ: 4017 и -1.

6. Гонцу надо было пробежать 24 мили. Две трети этого расстояния он бежал со средней скоростью 8 миль в час. Сможет ли он, увеличив скорость, пробежать остаток пути так, чтобы его средняя скорость на всем пути оказалась равной 12 миль в час.

Решение: Нет, не может. Для того, чтобы средняя скорость гонца, пробежавшего 24 мили, была равна 12 милям в час, необходимо, чтобы он пробежал этот путь за 2 часа. Но из условия следует, что за два часа гонец пробежал только 16 миль.

- 3. Женя и Антон учатся в одном классе. У Антона одноклассников вчетверо больше, чем одноклассниц. А у Жени одноклассниц на 17 меньше, чем одноклассников. Кто Женя: девочка или мальчик?**

Решение: Пусть у Антона  $x$  одноклассниц, тогда одноклассников –  $4x$ . Предположим, что Женя – мальчик, тогда одноклассниц и одноклассников у него столько же, сколько у Антона. Из условия задачи следует, что  $4x - x = 17$ . Так как 17 не делится на 3, то это уравнение не имеет натуральных решений и наше предположение неверно.

Предположим, что Женя – девочка, тогда у нее  $(x-1)$  одноклассниц и  $(4x+1)$  одноклассников. Следовательно,  $(4x+1) - (x-1) = 17$ .  $x=5$ . Ответ 5.

- 4. Четверо купцов заметили, что если они сложатся без первого, то соберут 90 рублей, без второго – 85, без третьего – 80, без четвертого – 75 рублей. Сколько у кого денег?**

Решение: Всего денег у купцов  $(90 + 85 + 80 + 75) : 3 = 110$  рублей. Поэтому у первого  $110 - 90 = 20$ , у второго  $110 - 85 = 25$ , у третьего  $110 - 80 = 30$ , а четвертого  $110 - 75 = 35$  рублей.

- 5. Последовательность чисел строится по следующему закону. На первом месте стоит число 7, далее за каждым числом стоит сумма цифр его квадрата, увеличенная на единицу. Например, на втором месте стоит число 14, так как  $7^2 = 49$ , а  $4 + 9 + 1 = 14$ . На третьем месте стоит число 17 и так далее. Какое число стоит на 2008-м месте?**

Решение : Вычислим несколько первых членов данной последовательности: 7; 14; 17; 20; 5; 8; 11; 5; 8; 11; 5; ... Таким образом, начиная с пятого члена последовательности, будет повторяться одна и та же тройка чисел 5, 8, 11. Так как  $2008 - 4 = 2004$ , а 2004 кратно 3, то на 2008-м месте будет стоять число 11.