

# Задания для проведения дистанционной олимпиады по учебному предмету “Математика”

## 11 класс

1. Существуют ли целые числа  $m$ ,  $n$  и  $k$ , такие, что верно равенство:  
 $2012m + 2013n^2 + 2009 = 2015k^2$ ? Ответ обосновать.
2. Дан куб. Сколько существует различных треугольных пирамид, вершины которых находятся в вершинах данного куба?
3. Дан прямоугольный параллелепипед размера  $14 \times 10 \times 6$ , разбитый на единичные кубики. Какое наибольшее количество прямоугольных параллелепипедов размера  $1 \times 1 \times 4$  можно разместить в этом параллелепипеде? Каждый параллелепипед  $1 \times 1 \times 4$  должен полностью закрывать 4 единичных кубика.
4. В треугольнике  $ABC$   $AB=16$ ,  $BC=12$ ,  $AC=21$ . Окружность, проходящая через точку  $B$  и касающаяся стороны  $AC$  в точке  $M$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $K$  и  $L$  соответственно. При этом отрезок  $KL$  оказался параллелен стороне  $AC$ . Найти длину  $BM$ .
5. Пусть  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – попарно различные не равные нулю действительные числа. Рассмотрим три квадратичные функции  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $y = bx^2 + cx + a$ ,  $y = cx^2 + ax + b$ .
  - 1) Обязательно ли найдется точка, через которую проходят графики всех трех функций?
  - 2) Доказать, что среди данных трех функций можно выбрать хотя бы одну пару функций, графики которых пересекаются в двух точках.