

Задания для проведения дистанционной олимпиады по учебному предмету “Математика”

11 класс

1. Существуют ли целые числа m , n и k , такие, что верно равенство:
$$2012m + 2013n^2 + 2009 = 2015k^2$$
? Ответ обосновать.
2. Дан куб. Сколько существует различных треугольных пирамид, вершины которых находятся в вершинах данного куба?
3. Дан прямоугольный параллелепипед размера $14 \times 10 \times 6$, разбитый на единичные кубики. Какое наибольшее количество прямоугольных параллелепипедов размера $1 \times 1 \times 4$ можно разместить в этом параллелепипеде? Каждый параллелепипед $1 \times 1 \times 4$ должен полностью закрывать 4 единичных кубика.
4. В треугольнике ABC $AB=16$, $BC=12$, $AC=21$. Окружность, проходящая через точку B и касающаяся стороны AC в точке M , пересекает стороны AB и BC в точках K и L соответственно. При этом отрезок KL оказался параллелен стороне AC . Найти длину BM .
5. Пусть a , b , c – попарно различные не равные нулю действительные числа. Рассмотрим три квадратичные функции $y = ax^2 + bx + c$, $y = bx^2 + cx + a$, $y = cx^2 + ax + b$.
 - 1) Обязательно ли найдется точка, через которую проходят графики всех трех функций?
 - 2) Доказать, что среди данных трех функций можно выбрать хотя бы одну пару функций, графики которых пересекаются в двух точках.