Задания для проведения дистанцуионной олимпиады по учебному предмету "Математика"

11 класс

- 1. Существуют ли целые числа m, n и k, такие, что верно равенство: $2012m + 2013n^2 + 2009 = 2015k^2$? Ответ обосновать.
- 2. Дан куб. Сколько существует различных треугольных пирамид, вершины которых находятся в вершинах данного куба?
- 3. Дан прямоугольный параллелепипед размера $14\times10\times6$, разбитый на единичные кубики. Какое наибольшее количество прямоугольных параллелепипедов размера $1\times1\times4$ можно разместить в этом параллелепипеде? Каждый параллелепипед $1\times1\times4$ должен полностью закрывать 4 единичных кубика.
- 4. В треугольнике ABC AB=16, BC=12, AC=21. Окружность, проходящая через точку В и касающаяся стороны AC в точке М, пересекает стороны AB и BC в точках К и L соответственно. При этом отрезок KL оказался параллелен стороне AC. Найти длину BM.
- 5. Пусть a, b, c попарно различные не равные нулю действительные числа. Рассмотрим три квадратичные функции $y = ax^2 + bx + c$, $y = bx^2 + cx + a$, $y = cx^2 + ax + b$.
- 1) Обязательно ли найдется точка, через которую проходят графики всех трех функций?
- 2) Доказать, что среди данных трех функций можно выбрать хотя бы одну пару функций, графики которых пересекаются в двух точках.