

**Задание на дистанционное занятие ресурсного центра по учебному предмету
«Математика»**

8 класс

1. Можно ли натуральные числа 1, 2, ..., 15 разбить на две группы так, чтобы в первой группе было 2 числа, во второй – 13 чисел и произведение чисел первой группы было равно сумме чисел второй группы?

2. Имеется 12 лампочек. Возле каждой лампочки находится кнопочный выключатель. Каждое нажатие кнопки выключателя меняет состояние лампочки с выключенного на включенное и наоборот. Первоначально все лампочки выключены. За один ход разрешается нажать кнопки пяти различных выключателей. Какое наименьшее количество ходов необходимо, чтобы все лампочки оказались включенными?

3. На сколько частей делят координатную плоскость линии, состоящие из точек, координаты, которых удовлетворяют уравнению $x^3y(x+y+1)=xy^3(x+y+1)$?

4. В прямоугольном треугольнике ABC угол C – прямой. Точка M – середина гипотенузы AB . Точка K лежит на катете AC . Доказать, что если $AK=2KC$, то $KB=2KM$.

5. На осенних каникулах в городе проводились два турнира по футболу между командами десяти школ. В первом турнире участвовали команды, составленные из мальчиков, во втором – команды, составленные из девочек. В обоих турнирах каждая команда сыграла со всеми остальными по одному разу. По окончании турниров оказалось, что команда мальчиков школы №1 чаще выигрывала, чем проигрывала, а команда девочек школы №1 чаще проигрывала, чем выигрывала. При этом ни в турнире мальчиков, ни в турнире девочек, никакая другая команда не набрала очков столько же, сколько команда школы №1.

А) Какое самое низкое место на турнире могла занять команда мальчиков школы №1?

Б) Какое самое высокое место на турнире могла занять команда девочек школы №1?

В футболе за победу команде начисляется 3 очка, за ничью – 1 очко, за поражение – 0 очков.

Задание на дистанционное занятие ресурсного центра по учебному предмету

«Математика»

9 класс

1. Докажите, что ни при каком целом n значение выражения $\frac{n^2 - 3n + 4}{49}$ не является целым числом.
2. Пусть $P(x)$ квадратный трехчлен с целыми неотрицательными коэффициентами. Известно, что $P(1) = 29$, $P(25) = 2021$. Найти $P(x)$.
3. Вершины ромба $ABCD$ лежат на координатных осях, а каждая сторона касается одного из графиков функций $y = \frac{1}{x}$ или $y = -\frac{1}{x}$. Найти площадь ромба.
4. В треугольнике ABC проведена медиана BM . Из точки A проведена касательная к окружности, проходящей через точки B , M и C . Пусть K – точка касания. Из точки C проведена касательная к окружности, проходящей через точки A , M и B . Точку касания обозначим через P . Доказать, что $AK = CP$.
5. В турнире по футболу участвовали n команд. Каждая команда сыграла со всеми остальными по одному разу. По окончании турнира оказалось, что команда A , которая чаще проигрывала, чем выигрывала, набрала очков больше, чем команда B , которая чаще выигрывала, чем проигрывала. Какое наименьшее количество команд могло участвовать в турнире?
В футболе за победу команде начисляется 3 очка, за ничью – 1 очко, за поражение – 0 очков.

Задание на дистанционное занятие ресурсного центра по учебному предмету

«Математика»

10 класс

1. Окружность, центр которой лежит на ветви гиперболы $y = \frac{1}{x}$, расположенной в первой координатной четверти, проходит через начало координат O и второй раз пересекает координатные оси в точках A и B . Найти площадь треугольника AOB .

2. Числитель и знаменатель правильной дроби — двузначные числа, причем цифра единиц числителя совпадает с цифрой десятков знаменателя. Вася «сократил» дробь, зачеркнув эти одинаковые цифры. Удивительно, но полученная дробь оказалась равна исходной. Установите, какие дроби мог «сокращать» Вася.

3. Пусть $P(x)$ многочлен с целыми неотрицательными коэффициентами. Известно, что $P(1) = 8$, $P(12) = 2021$. Найти $P(x)$.

4. В треугольнике ABC точка M — середина стороны AC . Окружность, проходящая через точку B , касается стороны AC в точке M и пересекает стороны AB и BC в точках K и L соответственно. Доказать, что $\frac{S(\triangle AKM)}{S(\triangle CLM)} = \frac{BC^2}{AB^2}$, где $S(\triangle AKM)$ и $S(\triangle CLM)$ — площади треугольников AKM и CLM соответственно.

5. В турнире по футболу участвовали n команд. Каждая команда сыграла со всеми остальными по одному разу. По окончании турнира оказалось, что у команды A число побед превышает число поражений, но при этом команда A заняла последнее место, набрав меньше всех очков. Какое наименьшее количество команд могло участвовать в турнире?

В футболе за победу команде начисляется 3 очка, за ничью — 1 очко, за поражение — 0 очков.

**Задание на дистанционное занятие ресурсного центра по учебному предмету
«Математика»**

11 класс

1. Вершины A и B равностороннего треугольника AOB лежат на ветви гиперболы $y = \frac{1}{x}$, расположенной в первой координатной четверти. Третья вершина O – начало координат. Найти площадь треугольника AOB .

2. Доказать, что для всех натуральных n верно неравенство
$$\frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2(n+1)} > \frac{5}{9}.$$

3. Пусть $P(x)$ многочлен с целыми неотрицательными коэффициентами. Известно, что $P(1) = 9$, $P(5) = 2021$. Найти $P(x)$.

4. В треугольнике ABC проведена медиана BM . Окружность описанная около треугольника ABM , пересекает сторону BC в точке L . Окружность, описанная около треугольника BMC , пересекает сторону AB в точке K . Доказать, что $\frac{S(\triangle AKM)}{S(\triangle CLM)} = \frac{BC^2}{AB^2}$, где $S(\triangle AKM)$ и $S(\triangle CLM)$ – площади треугольников AKM и CLM соответственно.

5. В турнире по футболу участвовали n команд. Каждая команда сыграла со всеми остальными по одному разу. По окончании турнира оказалось, что у команды A число побед меньше числа поражений, но при этом команда A заняла первое место, набрав больше всех очков. Какое наименьшее количество команд могло участвовать в турнире?

В футболе за победу команде начисляется 3 очка, за ничью – 1 очко, за поражение – 0 очков.