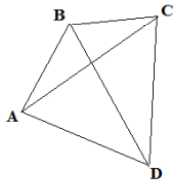
Задание на дистанционное занятие ресурсного центра по учебному предмету «Математика»

8 класс

1. Известно, что при всех x верно равенство $|5x+4| = |3x+a| + |bx+3|$. Найдите a и b.

2. Пираты Джон Сильвер и Билли Бонс делят добычу, состоящую из 2018 монет. Они по очереди складывают монеты в мешок. За один ход в мешок можно положить 1, 2, 3 или 4 монеты. Тот, кто положит в мешок последнюю монету, забирает себе весь мешок с монетами. Первым ходит Джон Сильвер. Кто из пиратов может обеспечить себе победу и весь выигрыш независимо от игры соперника?

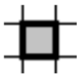
3. Выражение $m!$ означает произведение всех натуральных чисел от 1 до m: $m! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot m$. Например, $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$. Найти все пары натуральных чисел (m; n), для которых верно равенство $m! + 8n = 4^m - 2$.



4. Дан четырехугольник ABCD (см. рисунок). Доказать, что сумма его диагоналей AC и BD меньше периметра, но больше полуметра четырехугольника ABCD.

5. Прямоугольник, образованный линиями клетчатой бумаги, разбивается на фигурки двух видов:

1) равнобедренные прямоугольные треугольники с основанием в две клетки 

2) квадраты из одной клетки 

Фигурки могут быть повернуты произвольным образом.

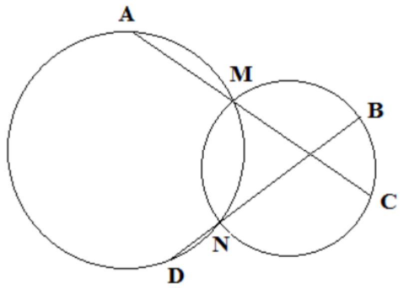
Докажите, что в любом разбиении количество фигурок первого вида четно.

Задание на дистанционное занятие ресурсного центра по учебному предмету «Математика»

9 класс

1. Пираты Джон Сильвер и Билли Бонс делят добычу, состоящую из 2018 монет. Они по очереди складывают монеты в мешок. Они договорились, что за один ход Джон Сильвер может положить в мешок 2, 3 или 6 монет. Билли Бонс за один ход может положить в мешок 1, 4 или 5 монет. Тот, кто положит в мешок последнюю монету, забирает себе весь мешок с монетами. Первым ходит Джон Сильвер. Может ли кто-нибудь из пиратов обеспечить себе победу и весь выигрыш независимо от игры соперника, и если может, то каким образом?

2. Выражение $m!$ означает произведение всех натуральных чисел от 1 до m: $m! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot m$. Например, $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$. Найти все пары натуральных чисел (m; n), для которых верно равенство $m! + 4n + 3 = (n - m)^2$.

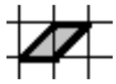


3. Две окружности пересекаются в точках M и N. Прямые, проходящие через точки M и N, пересекают первую окружность в точках A и D, вторую – в точках C и B (см. рисунок). Доказать, что прямые AD и BC параллельны.

4. Прямоугольник, образованный линиями клетчатой бумаги, разбивается на фигурки трех видов:

1) равнобедренные прямоугольные треугольники с основанием в две клетки 

2) квадраты из одной клетки 

3) параллелограммы, ограниченные двумя сторонами и двумя диагоналями клеток. 

Фигурки могут быть повернуты произвольным образом.

Докажите, что в любом разбиении количество фигурок первого вида четно.

Задание на дистанционное занятие ресурсного центра по учебному предмету «Математика»

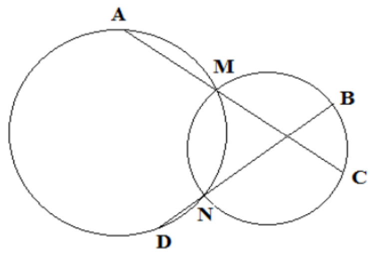
10 класс

1. Разбойники Трус, Балбес и Бывалый захватили добычу, состоящую из 2018 монет. Они решили, что все деньги заберет тот из них, кто выиграет в следующей игре. Они по очереди складывают монеты в мешок. При этом условились, что Трус за один ход может положить в мешок 1 или 2 монеты, Балбес за один ход может положить в мешок 1, 2 или 3 монеты, Бывалый за один ход может положить в мешок 1, 2, 3 или 4 монеты. Тот, кто положит в мешок последнюю монету, забирает себе весь мешок с монетами. Верно ли, что Бывалый может обеспечить себе победу независимо от игры соперников, если:

а) Бывалый ходит первым;

б) Бывалый ходит последним?

2. Выражение $m!$ означает произведение всех натуральных чисел от 1 до m: $m! = 1\cdot 2\cdot \ldots \cdot m$. Например, $5! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5$. Найти все пары натуральных чисел (m; n), для которых верно равенство $m! + 20n + 18 = (2m+n)^2$.



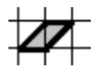
3. Две окружности пересекаются в точках M и N. Прямые, проходящие через точки M и N, пересекают первую окружность в точках A и D, вторую – в точках C и B (см. рисунок). Доказать, что если точки A, B, C и D лежат на одной окружности, то AC=BD.

4. Действительные числа *a, b, c* таковы, что верны равенства: $a+b+c=8$, $(a+b)(b+c)(c+a)=138$, $abc=14$. Найти значение выражения $a^4+b^4+c^4$.

5. Прямоугольник, образованный линиями клетчатой бумаги, разбивается на фигурки трех видов:

1) равнобедренные прямоугольные треугольники с основанием в две клетки 

2) квадраты из одной клетки 

3) параллелограммы, ограниченные двумя сторонами и двумя диагоналями клеток. 

Фигурки могут быть ориентированы произвольным образом.

Докажите, что в любом разбиении: *а)* количество фигурок первого вида четно; *б)* количество фигурок третьего вида четно.

Задание на дистанционное занятие ресурсного центра по учебному предмету «Математика»

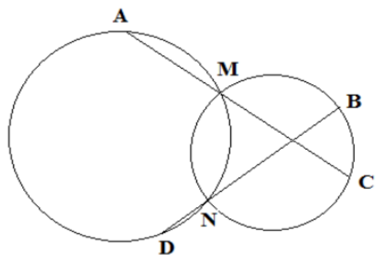
11 класс

1. Разбойники Трус, Балбес и Бывалый захватили добычу, состоящую из 2018 монет. Они решили, что все деньги заберет тот из них, кто выиграет в следующей игре. Они по очереди складывают монеты в мешок. При этом условились, что Трус за один ход может положить в мешок 1 или 2 монеты, Балбес за один ход может положить в мешок 1, 2 или 3 монеты, Бывалый за один ход может положить в мешок 1, 2, 3 или 4 монеты. Тот, кто положит в мешок последнюю монету, забирает себе весь мешок с монетами. Верно ли, что Бывалый может обеспечить себе победу независимо от игры соперников, если:

а) Бывалый ходит первым;

б) Бывалый ходит последним?

2. Выражение $m!$ означает произведение всех натуральных чисел от 1 до m: $m! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot m$. Например, $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$. Найти все пары натуральных чисел (m; n), для которых верно равенство $m! + n! = 2^{n+m-1} - 2$.

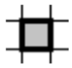


3. Две окружности пересекаются в точках M и N. Прямые, проходящие через точки M и N, пересекают первую окружность в точках A и D, вторую – в точках C и B (см. рисунок). Доказать, что точки A, B, C и D лежат на одной окружности тогда и только тогда, когда AC=BD.

4. Действительные числа *a, b, c* таковы, что верны равенства: $a+b+c=8$, $(a+b)(b+c)(c+a)=138$, $abc=14$. Найти значение выражения $a^3+b^3+c^3$.

5. Прямоугольник, образованный линиями клетчатой бумаги, разбивается на фигурки трех видов:

1) равнобедренные прямоугольные треугольники с основанием в две клетки 

2) квадраты из одной клетки 

3) параллелограммы, ограниченные двумя сторонами и двумя диагоналями клеток. 

Фигурки могут быть ориентированы произвольным образом.

Докажите, что в любом разбиении: *а)* количество фигурок первого вида четно; *б)* количество фигурок третьего вида четно.

____