Задания на дистанционное занятие ресурстного центра по учебному предмету “Математика”

8 класс

1. Действительные числа $a,\ b,\ c$ таковы, что $a+b+c=\frac{31}{15}$, $a^2+b^2+c^2=\frac{361}{225}$, $abc=\frac{4}{15}$. Найти $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$.

2. Словами *АЛГЕБРА* и *ГЕОМЕТРИЯ* зашифрованы некоторые два натуральных числа, при этом каждая буква обозначает некоторую цифру. Одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры. Известно, что среди различных букв, составляющих эти слова, найдутся ровно две буквы, которые обозначают одну и ту же цифру. Определить пару различных букв, которые обозначают одну и ту же цифру и найти эту цифру, если суммы цифр чисел *АЛГЕБРА* и *ГЕОМЕТРИЯ* равны соответственно 20 и 28.

3. Доказать, что при любых натуральных n дробь $\frac{n^2+4n+3}{n+2}$ несократима.

4. Радуга, как известно, состоит из 7 различных цветов. Надя решила нарисовать свою «радугу», в которой для любых двух различных цветов радуги (из этих семи) нашлись бы две соседние полоски этих цветов. Какое наименьшее число полосок может иметь Надина «радуга»?

5. Основания равнобедренной трапеции равны 32 и 16. Высота равна 15. Какую сторону пересекает биссектриса угла при большем основании: меньшее основание или боковую сторону?

Задания на дистанционное занятие ресурстного центра по учебному предмету “Математика”

9 класс

1. Дан треугольник ABC. На сторонах AB и BC взяты точки K и L, а на стороне AC - точки M и N так, что отрезок KL параллелен AC, AK=KM, NL=LC. Докажите, что прямая AC перпендикулярна BP, где P- точка пересечения прямых KM и LN.

2. Витя, Толя и Сергей играли в снежки. Первый снежок бросил Толя. Затем в ответ на каждый попавший в него снежок Витя бросал 6 снежков, Сергей - 5, а Толя - 4 снежка. Через некоторое время игра закончилась. Найдите, сколько в кого снежков попало, если мимо цели пролетело 13 снежков. (В себя самого снежками не кидаются).

3. Найдите целые решения $\sqrt{x^2+x+1}+\sqrt{y^2-y+1}=11$

4. Найти отношения длин диагоналей ромба, если известно, что одна из его диагоналей делится вписанной в ромб окружностью на три равные части.

5. Докажите, что если числа p и p^2+2 простые, то число p^3+4 также простое.

Задания на дистанционное занятие ресурстного центра по учебному предмету “Математика”

10 Класс

1. Картофельное поле имеет форму прямоугольника и размеры 10×67 м. По полю ползают 2011 колорадских жуков так, что никакие три из них никогда не оказываются на одной прямой. Доказать, что в любой момент времени найдутся 4 таких жука, что площадь четырехугольника с вершинами в точках, где находятся эти жуки, не превысит 1 м^2? Считать, что жуки ползают только по поверхности поля.

2. Три окружности с центрами O_1, O_2, O_3 попарно касаются друг друга. В треугольник $O_1O_2O_3$ вписана окружность ω. К окружности ω проведены три касательные. Первая касательная проходит параллельно отрезку O_2O_3 и пересекает отрезки O_1O_2 и O_1O_3 в точках A_1 и B_1 соответственно. Вторая касательная проходит параллельно отрезку O_1O_3 и пересекает отрезки O_1O_2 и O_2O_3 в точках A_2 и B_2 соответственно. Третья касательная проходит параллельно отрезку O_1O_2 и пересекает отрезки O_1O_3 и O_2O_3 в точках A_3 и B_3 соответственно. Найти радиусы окружностей, если периметры треугольников $A_1O_1B_1$, $A_2O_2B_2$, $A_3O_3B_3$ равны 12, 14, 16 соответственно.

3. Дана функция $f(x)$, определенная на всей числовой прямой, кроме нуля, такая, что для любого x из области определения выполняется равенство:

$$f(x)-2f\left(\frac{2011}{x}\right)+2x=\frac{2011}{x}.$$

Чему равно $f(2011)$?

4. Словами *РЕСПУБЛИКА* и *БЕЛАРУСЬ* зашифрованы некоторые два натуральных числа, при этом каждая буква обозначает некоторую цифру. Одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, а любые две разные буквы, среди которых нет мягкого знака, обозначают разные цифры. Какую цифру может обозначать мягкий знак, если сумма цифр числа *БЕЛАРУСЬ* равна 26, а число *ПИК* кратно 11?

5. Найти наименьшее значение функции:

$$f(x)=\sqrt{441+x^2-42x\cdot\cos\alpha}+\sqrt{400+x^2-40x\cdot\cos\beta},$$

где α и β – острые углы, такие, что $\alpha+\beta=90^\circ$.

Задания на дистанционное занятие ресурстного центра по учебному предмету “Математика”

11 класс

1. Существуют ли целые числа *m, n* и *k*, такие, что верно равенство:
$2012m + 2013n^2 + 2009 = 2015k^2$? Ответ обосновать.

2. Дан куб. Сколько существует различных треугольных пирамид, вершины которых находятся в вершинах данного куба?

3. Дан прямоугольный параллелепипед размера 14×10×6, разбитый на единичные кубики. Какое наибольшее количество прямоугольных параллелепипедов размера 1×1×4 можно разместить в этом параллелепипеде? Каждый параллелепипед 1×1×4 должен полностью закрывать 4 единичных кубика.

4. В треугольнике ABC AB=16, BC=12, AC=21. Окружность, проходящая через точку B и касающаяся стороны AC в точке M, пересекает стороны AB и BC в точках K и L соответственно. При этом отрезок KL оказался параллелен стороне AC. Найти длину BM.

5. Пусть *a, b, c* – попарно различные не равные нулю действительные числа. Рассмотрим три квадратичные функции $y = ax^2 + bx + c$, $y = bx^2 + cx + a$, $y = cx^2 + ax + b$.

1) Обязательно ли найдется точка, через которую проходят графики всех трех функций?

2) Доказать, что среди данных трех функций можно выбрать хотя бы одну пару функций, графики которых пересекаются в двух точках.