

**Задание на дистанционное занятие ресурсного центра по учебному
предмета «Математика»**

8 класс

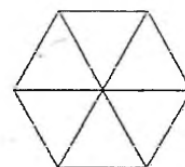
1. На координатной плоскости проведены 2023 прямых, заданных уравнениями: $y = 1x + 2$, $y = 2x + 3$, $y = 3x + 4$, $y = 4x + 5$, ..., $y = 2022x + 2023$, $y = 2023x + 1$. Сколько точек пересечения образуют на плоскости эти прямые?

2. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AH и BK . Через середину стороны AB проведена прямая, перпендикулярная отрезку HK . Доказать, что данная прямая делит отрезок HK пополам.

3. Найти такие шесть различных натуральных чисел a, b, c, d, e, f , расположенных по возрастанию ($a < b < c < d < e < f$), чтобы было верно равенство:
$$\frac{ab}{cdef} + \frac{ac}{bdef} + \frac{ae}{bcdf} + \frac{af}{bcde} + \frac{bd}{acef} + \frac{cd}{abef} + \frac{de}{abcf} + \frac{df}{abce} = \frac{2023}{abcdef}.$$

4. В каждую клетку таблицы размера $4 \times n$ (4 строки, n столбцов) записано одно из целых чисел от 0 до 4. При каком наибольшем значении n в таблицу можно записать числа таким образом, чтобы во всех строках сумма чисел была одинакова, а в любых двух столбцах различна?

5. На рисунке изображен план города. Городские кварталы имеют форму одинаковых равносторонних треугольников, которые в совокупности образуют шестиугольник. Стороны треугольников являются улицами. Длина каждой стороны (улицы) равна a км. Автомобилист хочет, выехав из какой-либо точки на одной из улиц города (по его выбору), проехать по каждой улице города не менее одного раза и в итоге вернуться в ту же точку. Какую наименьшую длину может иметь такой маршрут?

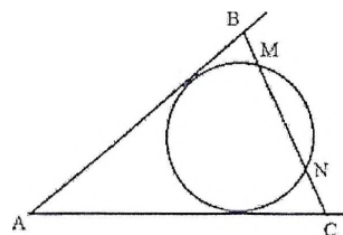


**Задание на дистанционное занятие ресурсного центра по учебному
предмета «Математика»**

9 класс

1. Через начало координат точку O и точку $K(0; a)$, лежащую на оси ординат выше начала координат, проведены две прямые, параллельные прямой $y=x+2023$. Первая прямая пересекает график функции $y=x^2$ в точках O и A , вторая прямая пересекает график функции $y=x^2$ в точках B и C . Найти ординату точки K , если площадь трапеции $OABC$ равна $4a$.

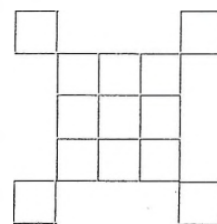
2. В угол BAC вписана окружность. Прямая BC пересекает эту окружность в точках M и N (порядок следования точек: B, M, N, C). Доказать, что если $BM > CN$, то $AB > AC$.



3. Натуральное число n имеет 6 делителей. Известно, что сумма трех наибольших его делителей равна 2431. Найти все такие n .

4. В каждую клетку таблицы размера $4 \times n$ (4 строки, n столбцов) записано одно из целых чисел от 0 до 5. При каком наибольшем значении n в таблицу можно записать числа таким образом, чтобы во всех строках сумма чисел была одинакова, а в любых двух столбцах различна?

5. На рисунке изображен план города. Городские кварталы имеют форму одинаковых квадратов. Стороны квадратов являются улицами. Длина каждой стороны квадрата (улицы) равна 1 км. Автомобилист хочет, выехав из какой-либо точки на одной из улиц города (по его выбору), проехать по каждой улице города не менее одного раза и в итоге вернуться в ту же точку. Какую наименьшую длину может иметь такой маршрут?

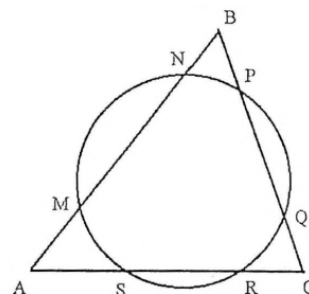


**Задание на дистанционное занятие ресурсного центра по учебному
предмета «Математика»**

10 класс

1. На координатной плоскости проведены две параллельные прямые. Первая проходит через начало координат точку O , вторая—через точку $K(0; 8)$. Первая прямая пересекает график функции $y=x^2$ в точках O и A , вторая прямая пересекает график функции $y=x^2$ в точках B и C (точки A и C лежат по одну сторону от оси OY). Найти уравнения этих прямых, если площадь треугольника ABC равна 24.

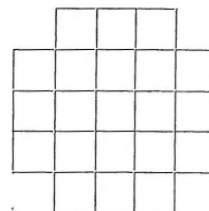
2. Окружность пересекает каждую сторону треугольника ABC в двух точках (см. рисунок): сторону AB в точках M и N (порядок точек: A, M, N, B), сторону BC в точках P и Q (порядок точек: B, P, Q, C), сторону AC в точках R и S (порядок точек: A, S, R, C). Доказать, что если $AM > BN$ и $BP > CQ$, то $AS > CR$.



3. Натуральное число n имеет 6 делителей. Известно, что сумма чисел, обратных его делителям, отличным от 1 и самого n , равна $\frac{432}{n}$. Найти все такие n .

4. В каждую клетку таблицы размера $5 \times n$ (5 строк, n столбцов) записано одно из целых чисел от 0 до K ($K > 0$). При каком наибольшем значении n при заданном значении K в таблицу можно записать числа таким образом, чтобы во всех строках сумма чисел была одинакова, а в любых двух столбцах различна?

5. На рисунке изображен план города. Городские кварталы имеют форму одинаковых квадратов. Стороны квадратов являются улицами. Длина каждой стороны (улицы) равна a км. Автомобилист хочет, выехав из какой-либо точки на одной из улиц города (по его выбору), проехать по каждой улице города не менее одного раза и в итоге вернуться в ту же точку. Какую наименьшую длину может иметь такой маршрут?

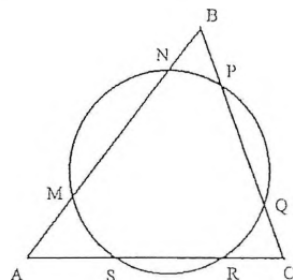


Задание на дистанционное занятие ресурсного центра по учебному предмету «Математика»

11 класс

1. Через две точки, лежащие на оси OY , с ординатами 5 и 11 соответственно, проведены две параллельные прямые. Первая прямая пересекает график функции $y=x^2$ в точках A и D , вторая прямая пересекает график функции $y=x^2$ в точках B и C (точки A и B лежат по одну сторону от оси OY). Найти уравнения этих прямых, если площадь трапеции $ABCD$ равна 36.

2. Окружность пересекает каждую сторону треугольника ABC в двух точках (см. рисунок): сторону AB в точках M и N (порядок точек: A, M, N, B), сторону BC в точках P и Q (порядок точек: B, P, Q, C), сторону AC в точках R и S (порядок точек: A, S, R, C). Оказалось, что точки A, N, P, C лежат на одной окружности, а также точки A, R, Q, B также лежат на одной окружности. Доказать, что точки B, M, S, C лежат на одной окружности.



3. Натуральное число n , не превышающее 2023, имеет 6 делителей, которые расположены по возрастанию: $d_1 < d_2 < d_3 < d_4 < d_5 < d_6$. При этом выполняется равенство: $\frac{d_1}{d_2} + \frac{d_3}{d_4} + \frac{d_5}{d_6} = \frac{3}{7}$. Найти все такие n .

4. В каждую клетку таблицы размера $4 \times n$ (4 строки, n столбцов) записано одно из целых чисел от 0 до K ($K > 0$). При каком наибольшем значении n при заданном значении K в таблицу можно записать числа таким образом, чтобы во всех строках сумма чисел была одинакова, а в любых двух столбцах различна, если число K является а) четным, б) нечетным?

5. На рисунке изображен план города. Городские кварталы имеют форму либо одинаковых квадратов, либо равнобедренных прямоугольных треугольников (4 угловых треугольника). Стороны квадратов и треугольников являются улицами. Длина каждой стороны квадрата равна 1 км. Автомобилист хочет, выехав из какой-либо точки на одной из улиц города (по его выбору), проехать по каждой улице города не менее одного раза и в итоге вернуться в ту же точку. Какую наименьшую длину может иметь такой маршрут?

