

Задания на дистанционное занятие ресурстного центра
по учебному предмету “Математика”

VII класс

1. По кругу в некотором порядке записаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Каждые три цифры, идущие по часовой стрелке в этой записи, образуют некоторое трехзначное число. Какой получится результат, если все такие трехзначные числа сложить? Ответ обоснуйте.

2. Придя в школу, Коля и Алиса обнаружили на доске надпись: «ГОРОДСКАЯ УСТНАЯ ОЛИМПИАДА». Они договорились сыграть в следующую игру: за один ход в этой надписи разрешается стереть произвольное количество одинаковых букв, а выигрывает тот, кто стирает последнюю букву. Первым ходил Коля и стёр последнюю букву «А». Как надо играть Алисе, чтобы обеспечить себе выигрыш? Ответ обоснуйте.

3. Три пирата делили мешок монет. Первый забрал $\frac{3}{7}$ всех монет, второй – 51% остатка, после чего третьему осталось на 8 монет меньше, чем получил второй. Сколько монет было в мешке?

4. В марте некоторого года было 4 понедельника и 4 пятницы. Каким днем недели было 20 число? Ответ обоснуйте.

5. Пётр Петрович и Иван Иванович ехали вместе в поезде. Каждый из них сначала смотрел в окно, потом читал газету, потом разгадывал кроссворд и под конец пил чай. Только у Петра Петровича на каждое следующее занятие уходило вдвое больше времени, чем на предыдущее, а у Ивана Ивановича – в 4 раза. Начали смотреть в окно они одновременно и кончили пить чай также одновременно. Что делал Пётр Петрович, когда Иван Иванович приступил к кроссворду? Ответ обоснуйте.

6. Биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке I , угол $ABC = 120^\circ$. На продолжениях сторон AB и CB за точку B отмечены соответственно точки P и Q так, что $AP = CQ = AC$. Докажите, что угол PIQ – прямой.

Решения заданий на дистанционное занятие ресурстного центра по учебному предмету “Математика”

1. **Решение:** Каждая из цифр окажется по одному разу в разряде единиц, в разряде десятков и в разряде сотен. Поэтому, результатом сложения будет число $111(1+2+3+4+5+6+7) = 3108$.

Ответ: 3108.

2. **Решение:** Назовём *кратностью* буквы то количество раз, в котором эта буква встречается в надписи. После хода Коли, буквы "А" и "О" имеют кратность 3, буквы "Д", "И", "С" и "Я" – кратность 2, а буквы "Г", "К", "Л", "М", "Н", "П", "Р", "Т" и "У" – кратность 1. Для того, чтобы выиграть, Алисе надо сначала стереть любую букву кратности 1, чтобы количество букв каждой кратности стало чётным. Далее Алисе надо играть так, чтобы после каждого её хода количество букв каждой кратности было чётным. Для этого ей следует в ответ на каждый Колин ход стирать такое же количество букв той же кратности. Например, если Коля сотрёт три буквы "А", то Алиса должна стереть три буквы "О", а если Коля сотрёт одну букву "Д", то Алиса может стереть также одну букву "И". Тогда на каждый ход Коли у Алисы будет ответный ход, поэтому именно она сделает последний ход и выиграет. Наглядно эту стратегию можно представить, например, так. Пусть Алиса мысленно упорядочит буквы по-другому: "АААДДИИКЛМНГПРТУССЯЯООО". Тогда первым своим ходом она стирает букву "Г", а далее делает ходы, симметричные ходам Коли относительно середины этого "слова".

3. **Решение:** Так как второй пират забрал 51% монет, оставшихся после первого, то третьему пирату досталось 49% этого количества. Следовательно, 8 монет составляют 2% монет, оставшихся после первого пирата. Значит, на долю второго и третьего пришлось $8 \cdot 50 = 400$ монет, что составляет $\frac{4}{7}$ от их общего количества. Таким образом, в мешке было $400 : \frac{4}{7} = 700$ монет.

Ответ: 700 монет.

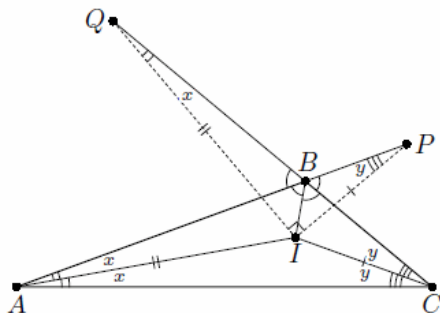
4. **Решение:** В марте 31 день. Это 4 полных недели и еще три дня. Если бы день 1 марта был пятницей, четвергом или средой, то в марте было бы 5 пятниц, а не 4. Если бы день 1 марта был понедельником, субботой или воскресеньем, то в марте было бы 5 понедельников, а не 4. Следовательно, 1 марта – вторник, а 20 марта – воскресенье.

Ответ: Воскресенье.

5. **Решение:** Пусть Пётр Петрович смотрел в окно x минут, а Иван Иванович – y минут. Тогда $x + 2x + 4x + 8x = y + 4y + 16y + 64y$, то есть $15x = 85y$. Иван Иванович начал разгадывать кроссворд через $5y = \frac{15x}{17}$ минут. Это меньше чем x , значит, Пётр Петрович в это время смотрел в окно.

Ответ: Смотрел в окно.

6. **Решение:** Заметим, что угол ABQ равен углу CBP , равен углу ABI , равен углу CBI и равен 60° .



Пусть угол $BAC = 2x$, а угол $BCA = 2y$, тогда (из треугольника ABC) $2x + 2y + 120 = 180$, то есть $x + y = 30^\circ$. Треугольники ACI и QCI равны (по первому признаку), поэтому угол CQI равен углу $CAI = x$. Из треугольника QBI : угол $QIB = 180^\circ - 120^\circ - x = 60^\circ - x$.

Аналогично угол $PIB = 60^\circ - y$. Таким образом, угол $PIQ = PIB + QIB = (60^\circ - y) + (60^\circ - x) = 120^\circ - (x + y) = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$.