

## ПОЗНАВАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ

- 1 На сторонах  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  взяты точки  $D$  и  $E$  соответственно, причем  $AD = \frac{3}{8}AB$ ,  $BE = \frac{1}{5}BC$ . Отрезки  $AE$  и  $CD$  пересекаются в точке  $F$ . В каком отношении отрезки  $AE$  и  $CD$  делятся точкой  $F$  (ответ:  $\frac{3}{4}; \frac{32}{3}$ ).
- 2 Точки  $P, T$  и  $M$  принадлежат сторонам  $AB, BC$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  так, что  $AP:PB=3:2$ ,  $BT:TC=1:3$ ,  $AM:MC=5:3$ . Отрезки  $MT$  и  $PC$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите значение выражения  $15 \cdot \frac{PO}{OC}$ . (Федорако Е.И, Т22 В6, ответ:13).
- 3  $SABCD$  – правильная четырехугольная пирамида, все ребра которой равны 37. Точка  $M$  – середина ребра  $SA$ . Точка  $N \in SD$ ,  $DN:NS=1:3$ . Найдите длину отрезка, по которому плоскость, проходящая через точки  $N, M, B$ , пересекает основание  $ABCD$  пирамиды (ЦТ 2020 В1 А20, ответ:  $1) \frac{37\sqrt{13}}{3}$ ).
- 4  $ABCA_1B_1C_1$  – правильная треугольная призма, все ребра которой равны 4. Точки  $P$  и  $K$  – середины ребер  $B_1C_1$  и  $BB_1$  соответственно,  $M \in AA_1$ ,  $A_1M:A_1A=1:3$ . Найдите увеличенный в 225 раз квадрат длины отрезка, по которому плоскость, проходящая через точки  $M, K, P$  пересекает грань  $AA_1C_1C$  (ЦТ 2023 Вариант10 В16, ответ:976).
- 5 В треугольнике  $ABC$   $AB=8$ ,  $BC=12$ , точка  $M$  делит сторону  $AC$  на отрезки  $AM=7$  и  $CM=9$ , найти длину отрезка  $BM$  (ответ:6).
- 5 В треугольнике  $ABC$  на стороне  $AC=9$  см взята точка  $D$ , которая делит сторону так, что  $AD$  в 2 раза длиннее  $DC$ . Длина отрезка, соединяющего вершину  $B$  и точку  $D$ , составляет 5 см, при этом образованный треугольник  $ABD$  является равнобедренным. Найти оставшиеся стороны треугольника  $ABC$  ( $2\sqrt{13}; 5$ ).
- 6 В описанной трапеции боковые стороны 7 и 9, диагональ 9. Найти основания трапеции (ответ:4 и 12).
- 7 В треугольнике  $ABC$  сторона  $AB=4\sqrt{13}$ ;  $BC=2\sqrt{37}$ ;  $AC=2\sqrt{7}$ . Найти величину угла между медианами  $AM$  и  $CK$  (Федорако Е.И., Тесты для подготовки к ЦТ 10-11 Т16 В6, ответ:  $60^\circ$ ).
- 8 Найдите сторону треугольника, если две другие его стороны равны 10 и  $4\sqrt{5}$ , а медианы, проведенные к этим сторонам, взаимно перпендикулярны (Федорако Е.И, Т18 В6, ответ:6).
- 9  $ABCA_1B_1C_1$  – правильная треугольная призма, все ребра которой равны. Точка  $N$  лежит на диагонали  $A_1B$  грани  $AA_1B_1B$  так, что  $A_1N:NB=1:5$ . Точки  $M$  и  $K$  лежат на ребрах  $CC_1$  и  $CB$  соответственно, так, что  $CM:CC_1=1:4$ ,  $CK:KB=1:3$ . Найдите значение выражения  $18\sqrt{7} \cdot \operatorname{tg} \varphi$ , где  $\varphi$  – угол между прямыми  $C_1N$  и  $KM$ . (РТ1 2023-2024 В1 В20, ответ:70).
- 10  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – прямой параллелепипед, объем которого  $\frac{5\sqrt{7}}{2}$ . Длины сторон  $AB$  и  $BC$  основания  $ABCD$  равны  $\sqrt{7}$  и  $\sqrt{2}$  соответственно, косинус угла  $ABC$  равен  $-\frac{\sqrt{14}}{8}$ . На ребрах  $AA_1$  и  $A_1B_1$  взяты точки  $M$  и  $N$  соответственно, такие, что  $AM:MA_1 = 4:1$ ,  $A_1N:NB_1=1:4$ . Найдите значение выражения  $8\sqrt{66} \cdot \cos \varphi$ , где  $\varphi$  – угол между прямыми  $MN$  и  $BC_1$ .
- 11 (ЦЭ 2024 В1 В20, ответ:46).
  11. Зная площади трех треугольников:  $S_{AMO}=20$ ,  $S_{NOC}=30$  и  $S_{AOC}=40$ , найти площадь четырехугольника  $MONB$ . (ответ:78).
  12.  $ABCD$  – прямоугольник. Точка  $N$  – середина стороны  $BC$ . Отрезок  $AN$  пересекает диагональ  $BD$  в точке  $O$ . Найдите площадь четырехугольника  $ONCD$ , если площадь прямоугольника  $ABCD$  равна 276. (ЦТ 2020 Вариант 7 В6 ответ: 115).
  13. Найти площадь трапеции с основаниями 4 и 12 и боковыми сторонами 7 и 13.