

ПОЗНАВАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ПО ГЕОМЕТРИИ

- 1 На сторонах АВ и ВС треугольника ABC взяты точки D и E соответственно, причем $AD = \frac{3}{8}AB$, $BE = \frac{1}{5}BC$. Отрезки AE и CD пересекаются в точке F. В каком отношении отрезки AE и CD делятся точкой F (ответ: $\frac{3}{4}; \frac{32}{3}$).
- 2 Точки P, T и M принадлежат сторонам AB, BC и AC треугольника ABC так, что $AP:PB=3:2$, $BT:TC=1:3$, $AM:MC=5:3$. Отрезки MT и PC пересекаются в точке O. Найдите значение выражения $15 \cdot \frac{PO}{OC}$. (Федорако Е.И, Т22 В6, ответ:13).
- 3 SABCD – правильная четырехугольная пирамида, все ребра которой равны 37. Точка M – середина ребра SA. Точка N ∈ SD, $DN:NS=1:3$. Найдите длину отрезка, по которому плоскость, проходящая через точки N, M, B, пересекает основание ABCD пирамиды (ЦТ 2020 В1 А20, ответ: $1) \frac{37\sqrt{13}}{3}$).
- 4 ABCA₁B₁C₁ – правильная треугольная призма, все ребра которой равны 4. Точки P и K – середины ребер B₁C₁ и BB₁ соответственно, M ∈ AA₁, $A_1M:A_1A=1:3$. Найдите увеличенный в 225 раз квадрат длины отрезка, по которому плоскость, проходящая через точки M, K, P пересекает грань AA₁C₁C (ЦТ 2023 Вариант10 В16, ответ:976).
- 5 В треугольнике ABC $AB=8$, $BC=12$, точка M делит сторону AC на отрезки $AM=7$ и $CM=9$, найти длину отрезка BM (ответ:6).
- 5 В треугольнике ABC на стороне AC=9см взята точка D, которая делит сторону так, что AD в 2 раза длиннее DC. Длина отрезка, соединяющего вершину B и точку D, составляет 5 см, при этом образованный треугольник ABD является равнобедренным. Найти оставшиеся стороны треугольника ABC ($2\sqrt{13}; 5$).
- 6 В описанной трапеции боковые стороны 7 и 9, диагональ 9. Найти основания трапеции (ответ:4 и 12).
- 7 В треугольнике ABC сторона $AB=4\sqrt{13}$; $BC=2\sqrt{37}$; $AC=2\sqrt{7}$. Найти величину угла между медианами AM и СК (Федорако Е.И., Тесты для подготовки к ЦТ 10-11 Т16 В6, ответ: 60°).
- 8 Найдите сторону треугольника, если две другие его стороны равны 10 и $4\sqrt{5}$, а медианы, проведенные к этим сторонам, взаимно перпендикулярны (Федорако Е.И, Т18 В6, ответ:6).
- 9 ABCA₁B₁C₁ – правильная треугольная призма, все ребра которой равны. Точка N лежит на диагонали A₁B грани AA₁B₁B так, что $A_1N:NB=1:5$. Точки M и K лежат на ребрах CC₁ и CB соответственно, так, что $CM:CC_1=1:4$, $CK:KB=1:3$. Найдите значение выражения $18\sqrt{7} \cdot \operatorname{tg} \varphi$, где φ – угол между прямыми C₁N и KM. (РТ1 2023-2024 В1 В20, ответ:70).
- 10 ABCDA₁B₁C₁D₁ – прямой параллелепипед, объем которого $\frac{5\sqrt{7}}{2}$. Длины сторон АВ и ВС основания ABCD равны $\sqrt{7}$ и $\sqrt{2}$ соответственно, косинус угла ABC равен $-\frac{\sqrt{14}}{8}$. На ребрах AA₁ и A₁B₁ взяты точки M и N соответственно, такие, что $AM:MA_1 = 4:1$, $A_1N:NB_1=1:4$. Найдите значение выражения $8\sqrt{66} \cdot \cos \varphi$, где φ – угол между прямыми MN и BC₁.
- 11 (ЦЭ 2024 В1 В20, ответ:46).
 11. Зная площади трех треугольников: $S_{AMO}=20$, $S_{NOC}=30$ и $S_{AOC}=40$, найти площадь четырехугольника MONB. (ответ:78).
 12. ABCD – прямоугольник. Точка N – середина стороны BC. Отрезок AN пересекает диагональ BD в точке O. Найдите площадь четырехугольника ONCD, если площадь прямоугольника ABCD равна 276.(ЦТ 2020 Вариант 7 В6 ответ: 115).
 13. Найти площадь трапеции с основаниями 4 и 12 и боковыми сторонами 7 и 13.