

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА
СРЕДИ УЧАЩИХСЯ 5-7 КЛАССОВ
УЧРЕЖДЕНИЙ ОБЩЕГО СРЕДНЕГО И БАЗОВОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

УСЛОВИЯ ОТБОРОЧНОГО ТУРА

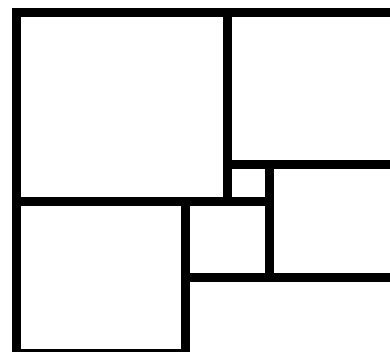
2018/2019 УЧЕБНЫЙ ГОД

5 КЛАСС

1. Из некоторого натурального числа вычли сумму его цифр. Затем из получившейся разности вновь вычли сумму её цифр. После того, как вычитание повторили в десятый раз, впервые получили ноль. Найдите исходное число.
2. Найдите способ разрезать квадрат на 34 одинаковых четырёхугольника, не являющихся прямоугольниками. Ответ поясните.
3. Имеется 4 золотых и 5 серебряных монет. Настоящая серебряная монета отличается по весу от настоящей золотой. Одна из монет фальшивая. Известно, что если фальшивая монета серебряная, то она легче настоящей серебряной монеты, а если фальшивая монета золотая – то тяжелее настоящей золотой монеты. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь найти фальшивую монету?
4. Учитель записал на доске несколько связанных друг с другом утверждений:
 1. Хотя бы одно из утверждений 2 – 5 неверно.
 2. Хотя бы одно из утверждений 3 – 5 неверно.
 3. Если верно утверждение 2, то верно утверждение 1.
 4. Из того, что утверждение 1 неверно, не следует, что утверждение 2 верно.
 5. Утверждение 1 верно.Выясните, какие из записанных утверждений верны. Ответ поясните.
5. Яйцо варится 4 минуты. Как сварить яйцо, отмеряя время песочными часами? В Вашем распоряжении двое песочных часов, рассчитанных на 3 минуты и на 5 минут.

6 КЛАСС

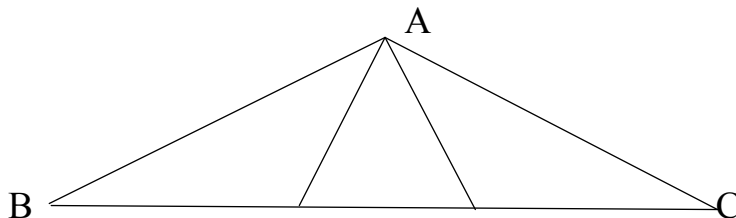
1. Сумма двух натуральных чисел равна 2019. Если у одного из них зачеркнуть первую и последнюю цифры, то получится второе число. Найдите эти числа.
2. Фигура на рисунке составлена из квадратов. Найдите сторону левого нижнего квадрата, если сторона самого маленького квадрата равна 1.



3. 64 конфеты разделили на четыре неравные кучи. Переложим из первой кучи во вторую столько конфет, сколько их было первоначально во второй куче. Затем из второй кучи переложим в третью столько конфет, сколько их было первоначально в третьей куче. После этого переложим из третьей кучи конфет в четвёртую столько конфет, сколько их было первоначально в четвертой куче. И, наконец, переложим из четвертой кучи в первую столько конфет, сколько в первой на данный момент осталось. Теперь конфет во всех кучах поровну. Определите, сколько конфет было в каждой куче первоначально.
4. Заполните пропуски в тексте таким образом, чтобы высказывание стало истинным: «В этом предложении цифра 0 встречается ... раз(а), цифра 2 – ... раз(а), цифра 3 – ... раз(а), ..., цифра 9 – ... раз(а)».
5. Имеется 12 золотых и 12 серебряных монет. Одна из монет фальшивая. Известно, что если фальшивая монета серебряная, то она легче настоящей серебряной монеты, а если фальшивая монета золотая – то тяжелее настоящей золотой монеты. Если на каждую чашу чашечных весов без гирь положить больше четырёх золотых или четырёх серебряных монет, то весы сломаются (а если положить на каждую чашу ровно четыре золотые и четыре серебряные монеты, то выдержат). Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь найти фальшивую монету?

7 КЛАСС

1. Из произведения факториалов $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot \dots \cdot 100!$ вычеркните один факториал таким образом, чтобы произведение оставшихся являлось квадратом некоторого целого числа. Ответ поясните. (Факториал числа n обозначается $n!$. Факториалом числа n называется произведение натуральных чисел от 1 до n . Например, $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$, $7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$. В общем виде $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.)
2. Найдите градусные меры углов треугольника ABC, если известно, что каждый из шести треугольников, изображённых на рисунке – равнобедренный.



3. Выясните, можно ли числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 переставить таким образом, чтобы соседние числа отличались либо на 2, либо на 3. Решите задачу для ста чисел 1, 2, 3, ..., 100.
4. Докажите, что сумма чисел 2^{14} и 7^{16} является составным числом.
5. В один ряд выложили десять монет. Известно, что каждая настоящая монета весит 10 грамм, а каждая фальшивая – девять, и что любая настоящая монета лежит левее любой фальшивой. Как за два взвешивания на весах со стрелкой найти все фальшивые монеты?